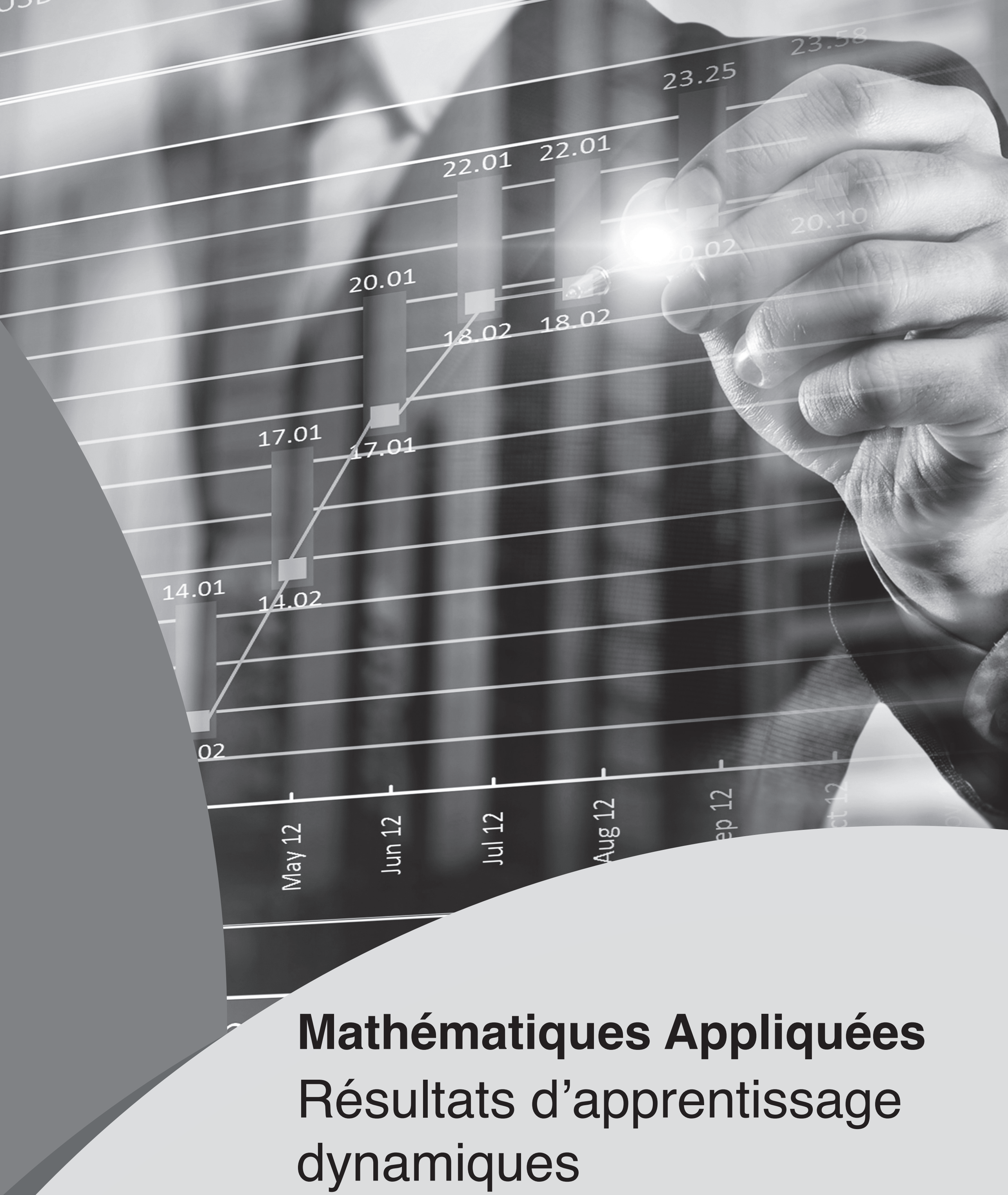


Mathématiques Appliquées

Résultats d'apprentissage dynamiques

Résumé de concepts

3rd Secondary

Différentiation et Intégration de fonctions vectorielles :

- Si chacun de D ; V et r sont des fonctions du temps ;
- alors $\vec{V} = \frac{dD}{dt} = \frac{dr}{dt} \Rightarrow$ D = $\int V\, dt$ et r = $\int V\, dt$
- a = $\frac{dV}{dt} \Rightarrow$ V = $\int$ a dt (où a est l' accélération)
- Si a est une fonction dans la position r ; alors a = $V\frac{dV}{dr} \Rightarrow \int$ a $dr = \int$ V dV
- Si a est une fonction dans le déplacement D ; alors a = $V\frac{dV}{dD} \Rightarrow \int$ a $dD = \int$ V dV
- La vitesse moyenne(V) = $\frac{\text{la distance parcoure dans l'intervalle du temps } [t_1; t_2]}{\text{le temps total } (t_2 - t_1)}$:

  Le vecteur vitesse moyenne = $\frac{\text{la distance parcoure dans l'intervalle du temps } [t_1; t_2]\, \vec{e}}{\text{le temps total } (t_2 - t_1)}$
- Le mouvement est accéléré si (Va > 0)
- Le mouvement est retardé si (Va < 0)

La quantité du mouvement d'un corps en un moment quelconque est une quantité vectorielle vaut le produit de la masse du corps par sa vitesse en ce moment : $\vec{P}$ = m $\vec{V}$

La variation de la quantité du mouvement ΔP = m($\overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_1}$)

Δ P = m$\int_{t_1}^{t_2}$ **a** dt (si la accélération **a** est une fonction au temps t)

Première loi de Newton

Chaque corps garde son état de repos ou de mouvement uniforme rectiligne à moins d' être soumis à un influent extérieur qui change sons état

L'équation du mouvement d'un corps de masse constante (m) qui se déplace avec une accélération uniforme (**a**)

m **a** = F où F est la résultante des forces qui agissent sur le corps

- Si **a** = $\frac{dV}{dt}$; alors l'équation de mouvement sera :

$$\int_{t_1}^{t_2} F\, dt = m \int_{V_1}^{V_2} dV$$

- Si **a** = V $\frac{dV}{dD}$; alors l'équation de mouvement sera :

$$\int_{D_1}^{D_2} F\, dD = m \int_{V_1}^{V_2} V\, dV$$

- Si la masse est variante ; alors l'équation de mouvement sera :

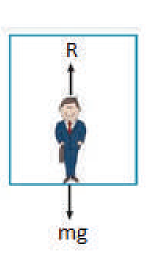
$$F = \frac{d}{dt}(mv)$$

Les unités utilisées dans l'équation du mouvement :

m (kg) . a (m/sec^2) = F (Newton)

m (gm) . a (cm/sec^2) = F (dyne)

Application aux lois de Newton du déplacement d'un corps à l'intérieur d'un ascenseur



L'ascenseur est au repos ou animé avec une vitesse uniforme $mg = \text{R}$

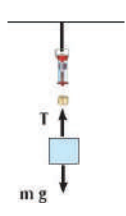
L'ascenseur monte avec l'accélération (a) $\text{R} - mg = ma$

L'ascenseur descend avec accélération (a) $mg - \text{R} = ma$


Où R est (la force de réaction du plancher de l'ascenseur) ;

(lecture de la balance) ou (son poids)

Application aux lois de Newton d'un corps suspendu à un dynamomètre



L'ascenseur au repos ou animé avec une vitesse uniforme $mg = T$

L'ascenseur monte avec l'accélération (a) $T - mg = ma$

L'ascenseur descend avec accélération (a) $mg - T = ma$

Où T(est la tension de la corde qui tir l'ascenseur)

Application sur les lois de Newton de l'ascenseur



L'ascenseur au repos ou animé avec une vitesse uniforme $m'g = T$

L'ascenseur monte avec l'accélération (a) $T - m'g = m'\text{a}$

- L'ascenseur descend avec accélération (a) $m'g - T = m'\text{a}$

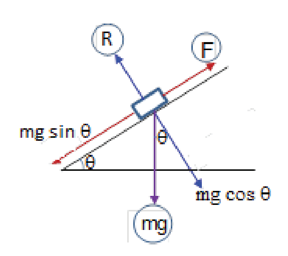
Où T(est la tension de la corde qui porte l'ascenseur) , m' est la masse totale (l'ascenseur+ les intérieurs)

Remarques :

Si le poids apparaissant > le poids réel, alors l'ascenseur monte avec une accélération uniforme ou descend avec une décélération uniforme

Si le poids apparaissant < poids réel, alors l'ascenseur descend avec une accélération uniforme ou monte avec une décélération uniforme

Mouvement d'un corps de masse (m) se meut sur un plan lisse incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure θ ,



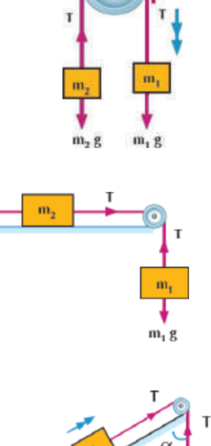
- si $F > mg \sin \theta$, Alors le corps se meut d'une accélération uniforme (a) vers le haut, son équation de mouvement est : F -mg sinθ =ma
- si F $<$ mg sin θ Alors le corps se meut d'une accélération uniforme **(a)** vers le bas, son équation de mouvement est : m a =mg sin θ - F

Mouvement d'un corps de masse (m) se meut sur un plan rugueux incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure θ ,

- Mouvement vers le haut,
  son équation de mouvement est : $F - mg \sin \theta - \mu_D mg \cos \theta = ma$
- Mouvement a vers le bas
  son équation de mouvement est : $mg \sin \theta - F - \mu_D mg \cos \theta = ma$

Poulie simple

Équation de mouvement si $m_1 > m_2$
$m_1 a = m_1 g - T$
$m_2 a = T - m_2 g$
la pression sur la Poulie = 2T



Équation de mouvement
$m_1 a = m_1 g - T$
$m_2 a = T$
la pression sur la Poulie = $T\sqrt{2}$



Équation de mouvement si $m_1 > m_2 \sin\theta$
$m_1 a = m_1 g - T$
$m_2 a = T - m_2 g \sin\theta$
la pression sur la Poulie = $2T \cos \frac{\alpha}{2} = T\sqrt{2 + 2\sin\theta}$

Impulsion et quantité de mouvement

: Lorsqu'une force constante $\vec{F}$ agit sur un corps pendant un temps t, l'impulsion de cette force, dénotée $\vec{I}$, est définie par le produit de cette force par le temps de son effet
: $\vec{I} = \vec{F} \times t$
Si une force variante (F) (fonction au temps) agit sur un corps pendant l'intervalle du temps $t \in [t_1; t_2]$ sa vitesse change de V_1 à V_2 ;
alors l'impulsion (I) $= \int_{t_1}^{t_2} F\,dt = m\,(v_2 - v_1)$ = la variation de la quantité de mouvement

Le choc direct : On dit que le choc est direct si les deux corps ne changent ni de forme ni de quantité de mouvement. $m_1 \overrightarrow{v`_1} + m_2 \overrightarrow{v`_2} = m_1 \overrightarrow{v_1} + m_2 \overrightarrow{v_2}$

c-à-d: la somme des quantités de mouvement juste avant le choc = la somme des quantités de mouvement juste après le choc. Par conséquence Lors du choc de deux boules lisses, la somme des quantités de mouvement est inchangée. On peut utiliser les mesures algébriques des façons suivantes :
$m_1 v`_1 - m_1 v_1 = - I$ ; $m_2 v`_2 - m_2 v_2 = I$ et $m_1 v`_1 + m_2 v`_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

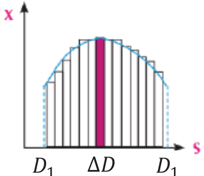
où I est la mesure algébrique de l'impulsion de la deuxième boule sur la première boule v_1 et v_2 sont les mesures algébriques des vitesses avant le choc, $v`_1$ et $v`_2$ sont les mesures algébriques des vitesses après le choc. Pour le choc direct les vitesses juste avant le choc sont parallèles à la droite des centres.
Le choc indirect: On dit que le choc est indirect si les deux corps se déplacent comme un seul corps ou il y a une perte de la quantité de mouvement et:
$m_1 \overrightarrow{\mathbf{v_1}} + m_2 \overrightarrow{\mathbf{v_2}} = (m_1 + m_2) \overrightarrow{\mathbf{v}}$ (En utilisant les vecteurs)
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$ (En utilisant les mesures algébriques)

Le travail fourni (T):

Le travail fourni par une force constante (F) pour déplacer un corps d'une position initiale à une position terminale

$=\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D} = \|\overrightarrow{F}\| \, \|\overrightarrow{D}\| \, cos\theta$ où θ mesure du plus petit angle entre $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{D}$
$\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{D}$ ont même sens alors $T = FD$
$\vec{F} \perp \vec{D}$ alors T = Zéro
$\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{D}$ ont deux directions opposées $T = -FD$

Si une force variante (fonction du déplacement) $(\overrightarrow{D})$ agit sur un corps et changer son déplacement de $\overrightarrow{D_1}$ à $\overrightarrow{D_2}$;
alors le travail fourni (T)= $\int_{D_1}^{D_2} F \, dD$



Unités de mesure le travail fourni : joule(Newton .m) $=10^7$erg (dyne.cm) ; kg.p.m=9,8 joule

Energie cinétique

L'énergie cinétique d'une particule est l'énergie qui acquise le corps à cause de ça vitesse. Elle est évalue dans un moment par la moitié du produit de la masse du corps par le carré de sa vitesse en ce moment et notée E_C.

Si m est la masse de la particule; $\overrightarrow{V}$ est le vecteur de sa vitesse et V sa mesure algébrique alors:

$$E_C = \frac{1}{2} m \| \overrightarrow{v} \|^2 = \frac{1}{2} m v^2 \qquad E_C = \frac{1}{2} m (\overrightarrow{v} \odot \overrightarrow{v})$$

L'unité de mesure d'énergie cinétique = L'unité de mesure du travail

Le principe du travail et de l'énergie selon lequel

* La variation de l'énergie cinétique = le travail fourni $E - E_0 = T$
* L'énergie potentielle = mg h
* La variation de l'énergie potentielle =- le travail fourni $P - P_0 = -T$

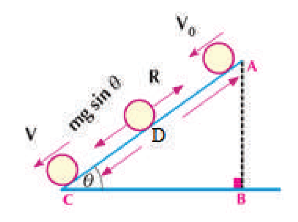
Conservation de l'énergie

Si un corps se déplace d'une position A à une autre position B sans rencontre de résistances, alors la somme des énergies cinétique et potentielle en A est égale à la somme des énergies cinétique et potentielle en B. $E_A + P_A = E_B + P_B$

La somme des énergies cinétique et potentielle est constante pendant le mouvement

Le mouvement sur le plan rugueux incliné

Si un corps est lâché sur un plan rugueux incliné sous l'effet de son poids seulement d'une position A à une autre C, alors la variation de l'énergie potentielle = la variation de l'énergie cinétique + le travail fourni contre la résistance.



La Puissance :

est le taux de variation du travail fourni par rapport au temps si la force est constante

la puissance $= \frac{d}{dt}(T) = \overrightarrow{F} \times \overrightarrow{V}$

Cheval = 75 kg.p. m/sec =75 × 9, 8 Newton .m/sec (Watt)

Le travail fourni = $\int_{t_1}^{t_2} (\textbf{puissance}) \, \textbf{dt}$